

10. ÉVFOLYAM

KOMBINATORIKA

1. Hány különböző 7 jegyű szám képezhető a 2,4,5,6,7,8,0 számjegyekből, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk fel?
2. Minden matematika óra elején felel az osztály 5 tanulója. Ma Eszter, Linda, Vanessza, Vivien és Márkkerült sorra.
 - a, Hányféle sorrendben felelhetnek?
 - b, A tanár Márkot felelteti először. A lányok hányféle sorrendben felelhetnek Márk után?
 - c, Linda Eszter után szeretne felelni. Ekkor hányféle sorrendben felelhet az öt diák?
3. Hányféle sorrendbe írhatjuk le az ANAGRAMMA szó betűit?
4. Számkártyákkal játszunk. A következőértékű kártyáink vannak: 1, 3, 3, 4, 4, 4, 5. Ha mind a hét kártyát egymás mellé helyezzük, akkor hányféle „számhetest” képezhetünk? Ezekből a „hétjegyű számokból” hány lesz 5 – tel osztható?
5. A cukrászdában 12 féle fagyaltot lehet kapni. Hányféleképpen választhatom ki a három különböző gombócot, ha a fagyik sorrendje számít?
6. Hány darab különböző számjegyekből álló 3 jegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4 számjegyek felhasználásával?
7. Egy pénzért négyyszer egymás után feldobunk. Hányféle kimenetele lehet a dobássorozatnak?
8. Az iskola végzős tanulói próbaérettségire jelentkeztek matematikából. Minden tanuló egy olyan 3 jegyű kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számjegyekből három különbözőt tartalmaz.
 - a, Hány különböző kódszámot tudnak kiosztani?
 - b, Hány kódszámot tudnának kiosztani abban az esetben, ha a háromjegyű kódok állhatnának azonos jegyekből is?
9. Az iskolai diákbizottságba a 30 fős osztályból 3 embert delegálhatunk. Hányféleképpen választhatjuk ki a képviselőket?
10. Az osztályunkba 14 fiú és 16 lány jár. A focicsapatba 7 fiút, a szurkolócsapatba 6 lányt választanak ki véletlenszerűen a testnevelők. Hányféleképpen tehetik ezt meg?
11. 10 fiú kosarazni megy. Hányféleképpen alkothatnak két 5 fős csapatot?
12. 9 lány moziba megy, és egy sorban egymás mellé vásárolnak mozijegyet.
 - a, Hányféleképpen oszthatják el egymás között az egymás mellé szóló kilenc jegyet?
 - b, Hányféleképpen ülhet le a 9 lány az adott 9 helyre, ha Olgi és Luca egymás mellett szeretnének ülni?
 - c, Kati és Zsófi nem akarnak egymás mellett ülni, mert összevesztek Ákos miatt. Így hányféle sorrendben ülhetnek le a megadott helyekre?
 - d, Éva, Reni és Szilvi még itt is beszélgetni szeretnének, tehát mindenképpen egymás mellett szeretnének ülni. Ekkor hányféle ültetés lehet?

NÉGYZETGYÖKVONÁS

13. Milyen valós számokra értelmezhető a következő kifejezés?

$$\sqrt{2x - 7}$$

14. Melyik szám a nagyobb? Válaszát indokolja!

$$A = \frac{\sqrt{130}}{\sqrt{10}} \text{ vagy } B = \sqrt{7} \cdot \sqrt{2}$$

15. Végezze el a következő műveleteket! Válaszát indokolja!

$$a, \sqrt{48} - \sqrt{243} + \sqrt{108}$$

$$b, (\sqrt{18} - \sqrt{50} + 2\sqrt{98}) \cdot 3\sqrt{2}$$

16. Írja fel a $\sqrt{5} + 2$ szám reciprokát!

17. Hányadik hatványa a 2-nek a következő szám? Válaszát indokolja!

$$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt{8^{-2}}}{\sqrt[3]{64}}$$

18. Melyik szám a nagyobb? Válaszát indokolja!

$$a, A = 3 \cdot \sqrt[4]{5} \text{ vagy } B = 2 \cdot \sqrt[4]{25}$$

$$b, A = \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt{5} \text{ vagy } B = \sqrt{6} \cdot \sqrt[3]{5}$$

MÁSODFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK

19. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az, hogy

$$x^2 - 5x + 6 = 0?$$

20. Oldja meg a következő egyenleteket az egész számok halmazán!

$$a, (x + 3)^2 + 11 = 4(x + 5)$$

$$b, (x + 2) \cdot (x - 3) - 2(x + 4) + 10 = 0$$

21. Alakítsa szorzattá a következő kifejezést!

$$x^2 + 8x + 15$$

22. Határozza meg a következő másodfokú egyenlet diszkriminánsát!

$$2x^2 - 3x - 8 = 0$$

23. Írjon fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei 2 és -4!

24. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget, és ábrázolja a megoldást számegyenesen!

$$2x^2 + 5x - 12 \geq 0$$

25. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget, és ábrázolja a megoldást számegyenesen!

$$-6x^2 + x + 1 < 0$$

26. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{x - 3} = 4$$

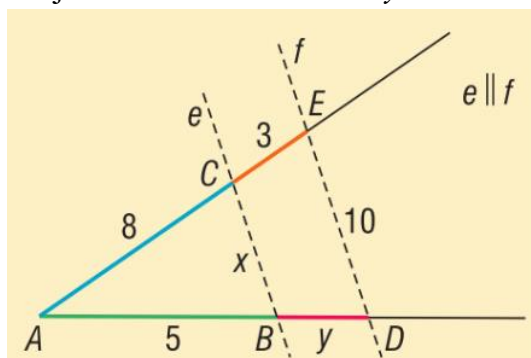
27. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{2x - 3} = 3 - x$$

28. Egy érettségiző osztályban mindenki készített ajándékot minden osztálytársának. Mekkora az osztálylétszám, ha 870 ajándék cserélt gazdát?
29. Egy tört nevezője 1-gyel nagyobb a számlálójánál. Ha a számlálót 2-vel csökkentjük, a nevezőt pedig 5-tel növeljük, akkor a tört értéke a negyedére csökken. Melyik ez a törtszám?

HASONLÓSÁG

30. Számolja ki az ábrán látható x és y szakaszokat, ha az e és f egyenesek párhuzamosak!



31. Egy földterület az 1:30000 arányú térképen olyan téglalap, amelynek oldalai 0,23 cm és 0,42 cm hosszúak. Hány méter hosszúak a földterület oldalai a valóságban?
32. Két négyzet alakú kert teljes körülkerítéséhez szükséges kerítések hosszának aránya $\frac{2}{3}$.
Hányszorosa a nagyobb kert területe a kisebb kert területének?
33. Egy ABC háromszög területe 25-szöröse a PQR háromszög területének. A két háromszög hasonló egymáshoz. Tudjuk még azt is, hogy az ABC háromszög oldalai 6 cm, 8 cm, 12 cm hosszúak. Határozza meg a PQR háromszög oldalainak hosszát!
34. Hányszorosára nő egy gömb térfogata, illetve felszíne, ha a gömb sugarát négyszeresére növeljük?
35. Hányadrésére csökken egy kocka oldaléle, illetve térfogata, ha felszínét a negyedére csökkentjük?

HEGYESSZÖGEK SZÖGFÜGGVÉNYEI

36. Egy derékszögű háromszög átfogója 4,3 cm hosszú, az egyik hegyesszöge $25,5^\circ$. Hány centiméter hosszú a szög melletti befogó? Készítsen vázlatot az adatok feltüntetésével! Válaszát számítással indokolja, és egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
37. Egy derékszögű háromszög átfogója 13 cm hosszú, egyik szöge 62° . Hány centiméter hosszú a 62° -os szöggel szemkösti befogó? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg!
38. Egy derékszögű háromszög egyik befogójának hossza 4 cm, a vele szemkösti szög $28,5^\circ$. Mekkora a másik befogó? Készítsen vázlatot, és válaszát számítással indokolja!
39. Egy derékszögű háromszög befogói 7 cm és 12 cm hosszúak. Mekkora a háromszög hegyesszögei? A válaszokat egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
40. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 15 cm, az átfogója 17 cm hosszú. Mekkora a háromszög hegyesszögei? (Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!)

41. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 10 cm, a szára pedig 7 cm hosszú. Hány fokosak a háromszög alapon fekvő szögei? A szögek nagyságát egész fokra kerekítve adja meg! Válaszát indokolja!
42. Egy egyenlő szárú trapéz egyik alapjának hossza 7 cm, ezen az alapon fekvő szögei 60° -osak. A trapéz szárai 4 cm-esek. Számítsa ki a másik alap hosszát! Készítsen ábrát, számítását részletezze!
43. Egy torony árnyéka vízszintes talajon négyszer olyan hosszú, mint a torony magassága. Hány fokos szöget zár be ekkor a Nap sugara a talajjal? A keresett szöget fokban, egészre kerekítve adja meg!
44. Egy hegy nyugati lejtője 3 km hosszú és 25° -os szöget zár be a vízszintessel. A keleti lejtő 5 km hosszú. Milyen magas a hegy és mekkora szöget zár be a keleti lejtő a vízszintessel?
45. Egy téglalap 54 mm-es átlója 3 : 7 arányban osztja a téglalap egyik belső szögét. Számolja ki a téglalap területét!

VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS

46. Adja meg annak a valószínűségét, hogy a $-3; 4; 5; -1; 0; 2; 6; 9; -6; 10$ számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztva a kiválasztott szám nem pozitív!
47. Egy futóverseny döntőjébe bejutott 20 versenyző 1-től 20-ig terjedő rajtszámot kapott. Mennyi a valószínűsége, hogy olyan versenyző győz, akinek a rajtszáma prímszám? (A versenyen nem volt holtverseny.)
48. Egy szabályos pénzérmét egymás után kétszer feldobunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy pontosan egy fejet dobunk?
49. Egy szabályos pénzérmét egymás után háromszor feldobunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy több fejet dobunk, mint írást?
50. Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk, a kapott számokat összeszorozzuk. Mekkora az esélye annak, hogy a szorzat pontosan 12?
51. Egy piros és egy kék szabályos dobókockával egyszerre dobunk. Képezzünk kétjegyű számokat úgy, hogy a piros kockával dobott szám álljon a tízes, a kék kockával dobott szám pedig az egyes helyi értéken. Mekkora az esélye annak, hogy a szám legalább 20?
52. A naplóba beírt 32 tanulót 1-től 32-ig sorszámmal látjuk el. Minden héten 2 tanuló a hetes, akiket az osztályfőnök véletlenszerűen választ ki. Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy adott héten mindkét tanuló sorszáma 6-tal osztható?
53. A cukrászversenyen 8 fiú és 12 lány indul az iskolából. A versenyt a diákokból álló zsűri 5 azonos értékű könyvutalvánnyal jutalmazza úgy, hogy minden jutalmazott csak egy utalványt kaphat. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 2 fiút és 3 lányt jutalmaznak?
54. Egy szabályos pénzérmét 10-szer dobunk fel egymás után. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 4-szer dobunk fejet?
55. Egy célbadobó-versenyen 0,93 annak a valószínűsége, hogy valaki eltalálja a céltárgyat. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 5 dobásból 3 találata van!

11. ÉVFOLYAM

RAC. KITEVŐJŰ HATVÁNYOK, EXPONENCIÁLIS EGYENLETEK, LOGARITMUS FOGALMA

56.

a, A 2-nek hányadik hatványa az $\frac{1}{\sqrt{4}}$?

b, A 3-nak hányadik hatványa a $\sqrt[4]{3}$?

c, A 4-nek hányadik hatványa az $\frac{\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[3]{4^5}}{4^{-\frac{1}{2}}}$?

d, Az 5-nek hányadik hatványa az $\frac{5^{2 \cdot \sqrt[3]{5^4} \cdot 5^{\frac{1}{6}}}}{5^{-\frac{3}{4} \cdot \sqrt{5^{13}}}}$?

57. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$3^{x+4} = \frac{1}{81}$$

58. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív valós számok halmazán!

$$2^x \cdot 8 = 4^{2x-3}$$

59. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$4^{x+1} - 3 \cdot 4^{x-1} = 52$$

60. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$5^{x^2-2x-12} = 125$$

61. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$$

62. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$4^x - 2^{x+1} - 8 = 0$$

63. Adja meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!

a, $\log_3(x - 5)$

b, $\log_2(5x - 2) - \log_2(x + 4)$

64. Számológép használata nélkül adja meg a következő kifejezések pontos értékét!

a, $\log_3 27$

b, $\log_2 \frac{1}{64}$

c, $\log_4 \frac{1}{2}$

65. Adja meg x pontos értékét!

a, $\log_2 x = 3$

b, $\log_4 x = \frac{1}{2}$

c, $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$

d, $\log_{\frac{1}{8}} x = -\frac{1}{3}$

66. Az a , b , c pozitív valós számokat jelölnek. Írja fel K -t ezek segítségével egy logaritmust felhasználva, ha $K = 2 \cdot \lg a + \lg b - \frac{1}{3} \cdot \lg c$!

SZINUSZTÉTEL, KOSZINUSZTÉTEL

67. Határozza meg a háromszög hiányzó adatait (oldalait tized centiméterre, és szögeit tized fokra kerekítve), ha a
- a, háromszög két oldalának hossza 80 cm, illetve 52 cm, a két oldal által közbezárt szög $35^\circ 24'$
 - b, oldalai 25 cm, 15 cm és 1,8 dm hosszúak
 - c, két oldala 8 cm és 10 cm hosszú, a 10 cm-es oldallal szemközti szög 75°
 - d, egyik oldala 12 cm, a rajta fekvő két szöge 23° és 84° !
68. Egy rombusz oldalai 12 cm hosszúak, az egyik szöge 38° . Mekkora a rombusz átlói?
69. Egy trapéz alapjai 130 m, illetve 86 m, míg szárai 38 m, illetve 56 m hosszúak. Számolja ki a trapéz szögeit!
70. Egy konvex deltoid két oldala 14 cm és 18 cm hosszú, az általuk közbezárt szög 120° . Mekkora a deltoid szimmetriaátlója? Határozza meg a deltoid ismeretlen szögeinek nagyságát!